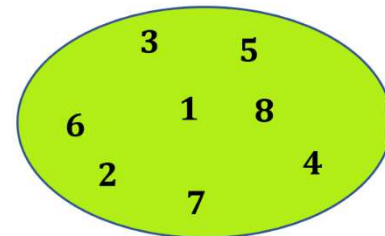


Die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, ... gehören zur Menge der natürlichen Zahlen  $\mathbb{N}$ .

$$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$$

Soll die Null zur Menge dazugehören, so schreibt man:

$$\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5 \dots\}$$



Darstellung an einem Zahlenstrahl:



Je weiter rechts eine Zahl auf dem Zahlenstrahl liegt, umso größer ist sie.

Große Zahlen kann man mithilfe eines **Stellenwertsystems** besser lesen.

| ...        | Mrd. | HMio.     | ZMio. | Mio. | HT        | ZT | T | H | Z | E |
|------------|------|-----------|-------|------|-----------|----|---|---|---|---|
| Milliarden |      | Millionen |       |      | Tausender |    |   |   |   |   |
|            | 7    | 4         | 8     | 3    | 6         | 7  | 1 | 3 | 2 | 9 |

In Worten: **sieben Milliarden vierhundertdreiundachtzig Millionen sechshundertein- undsiebzigtausend dreihundertneunundzwanzig**

Die Zahlen 1, 10, 100, 1000, 10000, ... nennt man Stufenzahlen. Das Stellenwertsystem mit 10 als Stufenzahl heißt deshalb auch **Zehnersystem** oder **Dezimalsystem**.

Die Stufenzahlen lassen sich als Zehnerpotenzen schreiben.

Beispiele:

1 Milliarde  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^9$

1 Million  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6$

Tausend  $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$

| Name                       | Mengenschreibweise                                      | Eigenschaft                                                                                  |
|----------------------------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Natürliche Zahlen          | $\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$                 | alle natürlichen Zahlen                                                                      |
| Natürliche Zahlen mit Null | $\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5 \dots\}$             | alle natürlichen Zahlen und die Null                                                         |
| Ganze Zahlen               | $\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$ | alle positiven und negativen Zahlen                                                          |
| Primzahlen                 | $\{2; 3; 5; 7; 11; 13; \dots\}$                         | Natürliche Zahlen mit genau zwei Teilern (1 und sich selbst); <b>! 1 ist keine Primzahl!</b> |
| Quadratzahlen              | $\{1; 4; 9; 16; 25; \dots\}$                            | Zahlen, die sich ergeben, wenn man ganze Zahlen mit sich selbst multipliziert                |

### Teilbarkeitsregeln

Eine Zahl ist nur dann (ohne Rest) teilbar

- **durch 2**, wenn sie die Endziffer 0, 2, 4, 6 oder 8 besitzt,
- **durch 5**, wenn sie die Endziffer 0 oder 5 besitzt,
- **durch 10**, wenn sie die Endziffer 0 besitzt,
- **durch 4**, wenn die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist,
- **durch 3**, wenn die Quersumme durch 3 teilbar ist,
- **durch 9**, wenn die Quersumme durch 9 teilbar ist.

|                 |               |                                                                                                                              |
|-----------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Klasse 5</b> | <b>Runden</b> |  <b>Verschieden<br/>sind wir<br/>STARK</b> |
|-----------------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Beim Runden einer Zahl auf eine bestimmte Stelle, betrachtet man die Ziffer, die rechts von dieser Stelle steht:

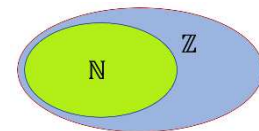
- bei 0, 1, 2, 3 und 4 **rundet man ab** 
- bei 5, 6, 7, 8 und 9 **rundet man auf** 

Rundungszeichen:  $\approx$

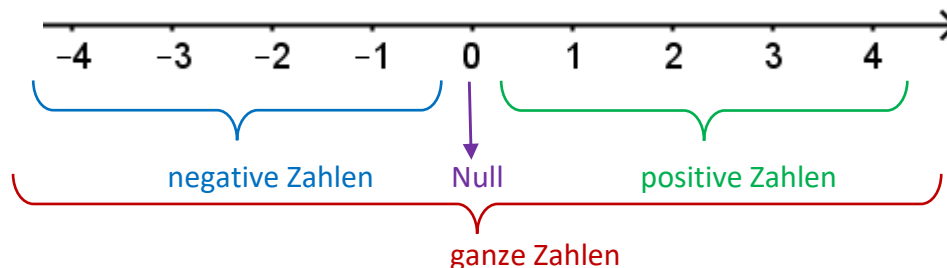
|                             | <b>3754</b>    | <b>9638</b>     |                                      |
|-----------------------------|----------------|-----------------|--------------------------------------|
| <i>Runden auf Zehner</i>    | $\approx 3750$ | $\approx 9640$  | „man betrachtet die Einerstelle“     |
| <i>Runden auf Hunderter</i> | $\approx 3800$ | $\approx 9600$  | „man betrachtet die Zehnerstelle“    |
| <i>Runden auf Tausender</i> | $\approx 4000$ | $\approx 10000$ | „man betrachtet die Hunderterstelle“ |

Die Zahlen links von der Null sind negativ und erhalten ein negatives Vorzeichen.  
 Natürliche Zahlen sind positiv. Die Menge der natürlichen Zahlen  $\mathbb{N}$  wird mit der Null  
 und der Menge  $\{\dots; -3; -2; -1\}$  zur **Menge der ganzen Zahlen**

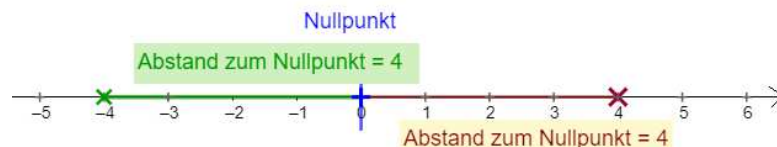
$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$



Darstellung an einer Zahlengeraden:



Den Abstand einer Zahl von der Null nennt man **Betrag** der Zahl:  $|-4| = |4| = 4$



**Klasse 5**

## Rechenarten



| Name des Terms   | Erste Zahl | Zweite Zahl | Rechenart      | Beispiel    |
|------------------|------------|-------------|----------------|-------------|
| <b>Summe</b>     | 1.Summand  | 2.Summand   | Addition       | $6 + 2$     |
| <b>Differenz</b> | Minuend    | Subtrahend  | Subtraktion    | $10 - 2$    |
| <b>Produkt</b>   | 1.Faktor   | 2.Faktor    | Multiplikation | $2 \cdot 4$ |
| <b>Quotient</b>  | Dividend   | Divisor     | Division       | $16 : 2$    |
| <b>Potenz</b>    | Basis      | Exponent    | Potenzieren    | $2^3$       |

**Klasse 5**

## Rechengesetze



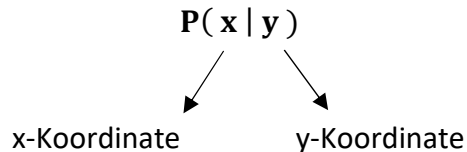
| Gesetz                                          | Wortlaut                                                                       | Mathematische Schreibweise                                      |
|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <b>Assoziativgesetz (AG) der Addition</b>       | In einer Summe kann man beliebig Klammern setzen oder weglassen.               | $(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$                         |
| <b>Assoziativgesetz (AG) der Multiplikation</b> | In einem Produkt kann man beliebig Klammern setzen oder weglassen.             | $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$ |
| <b>Kommutativgesetz (KG) der Addition</b>       | In einer Summe kann die Reihenfolge der Summanden beliebig vertauscht werden.  | $a + b = b + a$                                                 |
| <b>Kommutativgesetz (KG) der Multiplikation</b> | In einem Produkt kann die Reihenfolge der Faktoren beliebig vertauscht werden. | $a \cdot b = b \cdot a$                                         |
| <b>Distributivgesetz</b>                        | Man kann Summen in Produkte umwandeln und umgekehrt.                           | $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$                       |

Das Koordinatensystem besteht aus

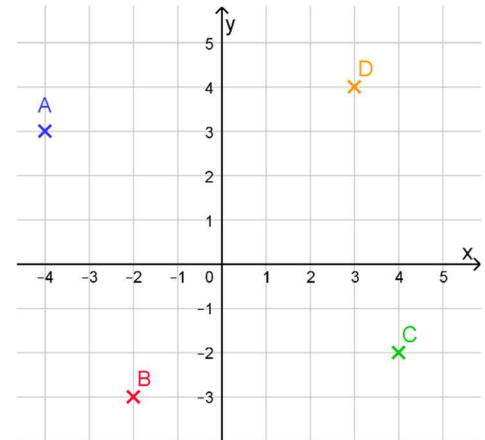
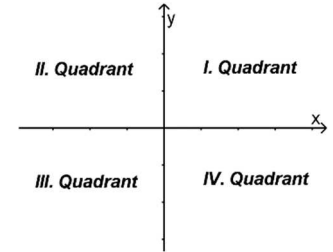
- einer waagrechten Achse / Zahlengeraden (**x-Achse**) und
- einer senkrechten Achse / Zahlengeraden (**y-Achse**)

Der Schnittpunkt der beiden Achsen heißt (Koordinaten-) Ursprung und hat die Koordinaten  $(0 \mid 0)$ .

Jeder Punkt im Koordinatensystem lässt sich durch ein Zahlenpaar beschreiben:



z.B.:  $A(-4 \mid 3)$ ,  $B(-2 \mid -3)$ ,  $C(4 \mid -2)$ ,  $D(3 \mid 4)$



Addition mit gleichen Vorzeichen:

- addiere die Beträge
- das Ergebnis erhält das gemeinsame Vorzeichen

$$\begin{aligned}\text{z.B. } (+5) + (+3) &= +(5 + 3) = +8 \\ (-5) + (-3) &= -(5 + 3) = -8\end{aligned}$$

Addition mit unterschiedlichen Vorzeichen:

- subtrahiere den kleineren vom größeren Betrag
- das Ergebnis erhält das Vorzeichen des größeren Betrags

$$\begin{aligned}\text{z.B. } (-5) + (+3) &= -(5 - 3) = -2 \\ (+5) + (-3) &= +(5 - 3) = +2\end{aligned}$$

Subtraktion:

- addiere die Gegenzahl

$$\text{z.B. } (-8) - (-3) = (-8) + (+3) = -(8 - 3) = -5$$

- Multipliziere / dividiere die Beträge
- **Gleiche** Vorzeichen: das Ergebnis ist **positiv**  
**Ungleiche** Vorzeichen: das Ergebnis ist **negativ**

| $\cdot / :$ | + | - |
|-------------|---|---|
| +           | + | - |
| -           | - | + |

| Multiplikation                      | Division                     |
|-------------------------------------|------------------------------|
| $(-3) \cdot (-4) = 3 \cdot 4 = 12$  | $(-16) : (-2) = 16 : 2 = 8$  |
| $(-5) \cdot 6 = -(5 \cdot 6) = -30$ | $(-35) : 7 = -(35 : 7) = -5$ |

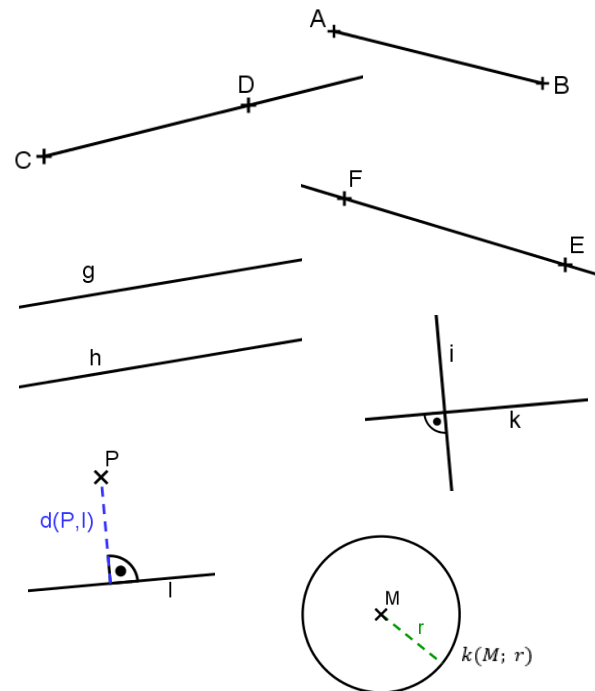
Sonderregel für die Null:

| Multiplizieren              | Dividieren |
|-----------------------------|------------|
| $0 \cdot 3 = 3 \cdot 0 = 0$ | $3 : 0 =$  |



**Nie durch Null  
dividieren!!!**

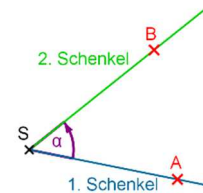
|                                                 |                           |
|-------------------------------------------------|---------------------------|
| Strecke                                         | $\overline{AB}$           |
| Streckenlänge                                   | $ \overline{AB} $         |
| Halbgerade                                      | $[CD$                     |
| Gerade                                          | $\overleftrightarrow{EF}$ |
| $g$ ist parallel zu $h$                         | $g \parallel h$           |
| $k$ ist ein Lot auf $i$                         | $i \perp k$               |
| Abstand eines Punktes von einer Geraden         | $d(P; l)$                 |
| Kreis $k$ um den Mittelpunkt $M$ mit Radius $r$ | $k(M; r)$                 |



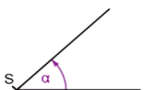
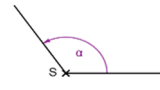
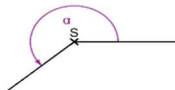
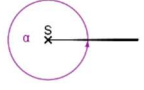
Ein Winkel wird von zwei Halbgeraden (**Schenkeln**) begrenzt. Die Schenkel besitzen einen gemeinsamen Anfangspunkt, den **Scheitelpunkt** (kurz: Scheitel) **S**.

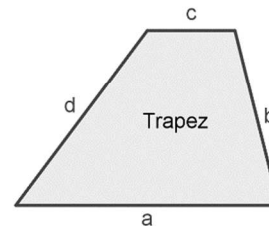
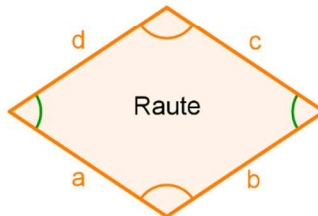
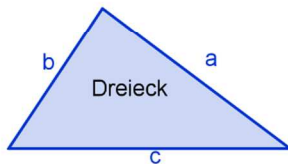
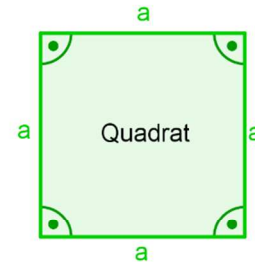
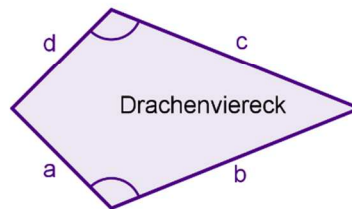
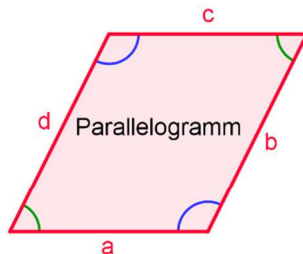
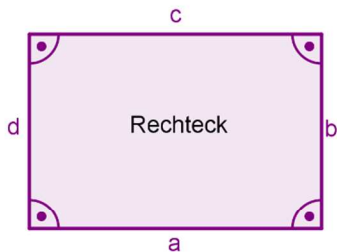
Der Winkel wird gegen den Uhrzeigersinn gemessen und mit kleinen griechischen Buchstaben bezeichnet.

$$\alpha = \sphericalangle ASB$$



### Winkelarten

| spitzer Winkel                                                                                                 | rechter Winkel                                                                                        | stumpfer Winkel                                                                                                   | gestreckter Winkel                                                                                     | überstumpfer Winkel                                                                                                  | Vollwinkel                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ |  $\alpha = 90^\circ$ |  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ |  $\alpha = 180^\circ$ |  $180^\circ < \alpha < 360^\circ$ |  $\alpha = 360^\circ$ |



Klammern

vor

Potenzen

vor

Punktrechnungen

vor

Strichrechnungen

Bei reinen Punkt- oder  
Strichrechnungen: von  
links nach rechts  
rechnen!



Ein Produkt aus mehreren **gleichen** Faktoren schreibt man kurz als **Potenz**. Eine Potenz besteht aus einer **Basis** (Grundzahl) und einem **Exponenten** (Hochzahl).

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{8 \text{ gleiche Faktoren}} = 2^8$$

Exponent

Basis

Man spricht: „2 hoch 8“

Quadratzahlen sind Potenzen mit dem Exponenten 2, z.B.  $4^2 = 16$  ;  $7^2 = 49$

Zehnerpotenzen haben die Basis 10, z.B.  $10^3 = 1\,000$  ;  $10^6 = 1\,000\,000$

**Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl, die nur durch eins und sich selbst dividiert werden kann.**

**Primfaktorzerlegung:** Jede natürliche Zahl ist entweder Primzahl oder kann als Produkt aus Primzahlen geschrieben werden.

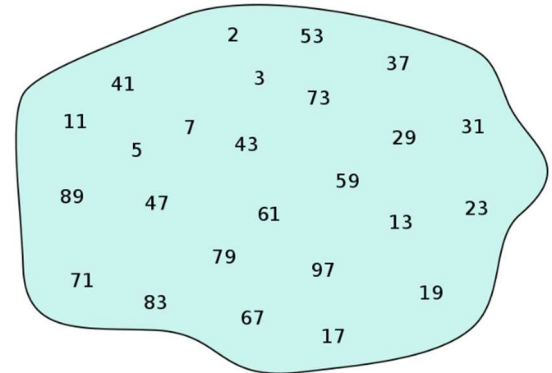
**Beispiele:**

$$48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3$$

$$170 = 5 \cdot 34 = 5 \cdot 2 \cdot 17 = 2 \cdot 5 \cdot 17$$

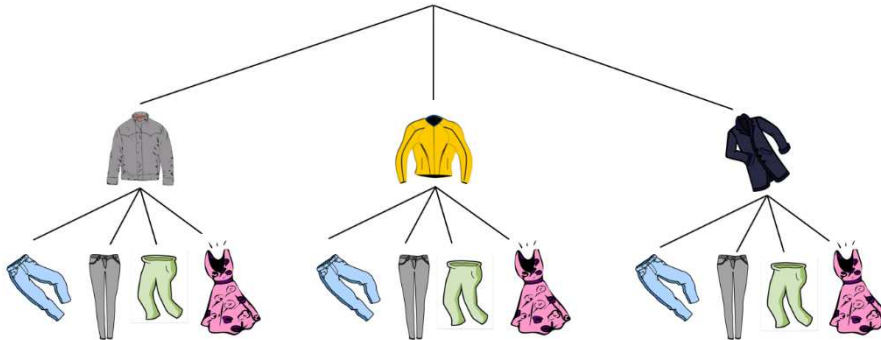
$$208 = 13 \cdot 16 = 13 \cdot 4 \cdot 4 = 13 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 13$$

*Primzahlen von 1 bis 100*



**Beispiel:**

Frau H. hat in ihrem Schrank drei Jacken und vier Unterbekleidungen (darunter drei Hosen und ein Kleid). Wie viele Kombinationsmöglichkeiten hat sie?

**Darstellung als Baumdiagramm:**

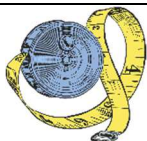
**Zählprinzip:**  $3 \cdot 4 = 12$  Möglichkeiten

Klasse 5

## Größen und Einheiten



| Größe | Einheiten |     |     |    |     |
|-------|-----------|-----|-----|----|-----|
| Länge | 1mm       | 1cm | 1dm | 1m | 1km |



· 10

· 10

· 10

· 1000

|       |     |    |     |    |
|-------|-----|----|-----|----|
| Masse | 1mg | 1g | 1kg | 1t |
|-------|-----|----|-----|----|



· 1000

· 1000

· 1000

|      |    |      |    |    |
|------|----|------|----|----|
| Zeit | 1s | 1min | 1h | 1d |
|------|----|------|----|----|



· 60

· 60

· 24

Die **Dreisatzrechnung** ist eine Möglichkeit, um leichter mit Größen zu rechnen.

**Beispiel:**

10 Buntstifte kosten 7,50 €. Berechne mithilfe des Dreisatzes, wie viel 16 Buntstifte kosten.



„entspricht“



1. Schritt:

$$\begin{array}{ccc}
 : 10 & \left\{ \begin{array}{l} 10 \text{ Buntstifte} \triangleq 750 \text{ ct} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} : 10 \end{array} \right.
 \end{array}$$

2. Schritt:

$$\begin{array}{ccc}
 & \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Buntstift} \triangleq 75 \text{ ct} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} : 10 \end{array} \right.
 \end{array}$$

3. Schritt:

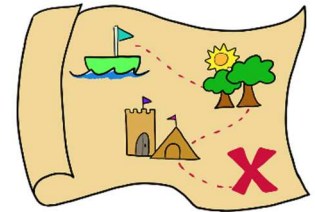
$$\begin{array}{ccc}
 \cdot 16 & \left\{ \begin{array}{l} 16 \text{ Buntstifte} \triangleq 1200 \text{ ct} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \cdot 16 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Ein **Maßstab** gibt an, wievielfach größer (oder kleiner) eine Länge in Wirklichkeit ist im Vergleich zu der Länge auf dem Bild.

$$1 : 200\,000$$

Strecke auf dem Bild  
hier: 1 cm auf der Karte

Streckenlänge in Wirklichkeit  
entspricht: 200 000 cm in Wirklichkeit



$$1\text{km}^2 = 100\text{ha}$$

$$1\text{ha} = 100\text{a}$$

$$1\text{a} = 100\text{m}^2$$

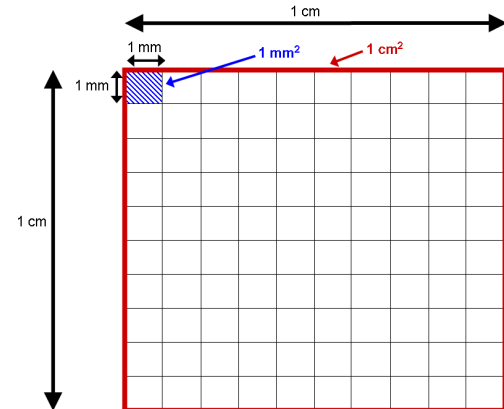
$$1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2$$

$$1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$$

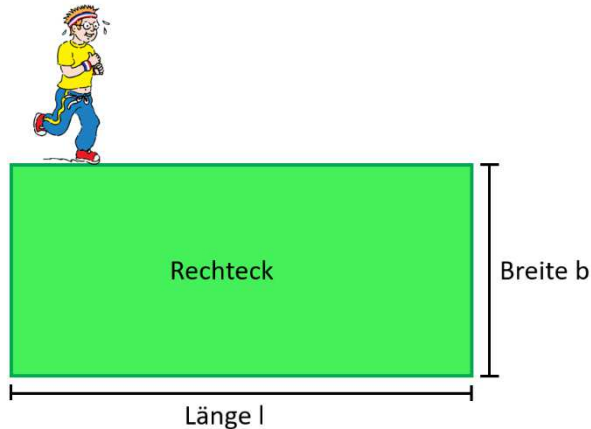
$$1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$$

**Achtung:** Umrechnungsfaktor 100

*(Zeichnung nicht maßstabsgetreu)*

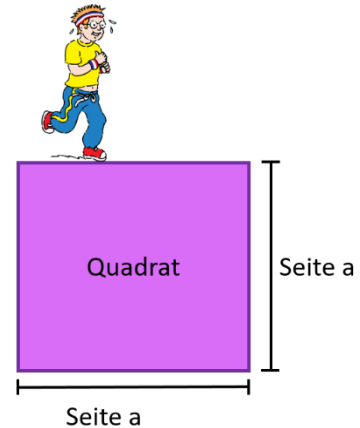


A bedeutet Flächeninhalt, U ist der Umfang.



$$A_{\text{Rechteck}} = l \cdot b$$

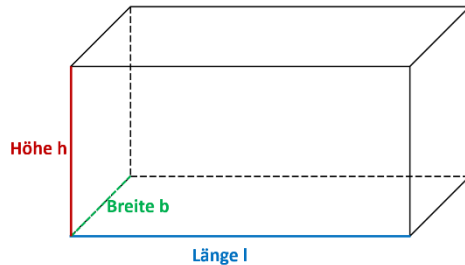
$$U_{\text{Rechteck}} = 2 \cdot (l + b)$$



$$A_{\text{Quadrat}} = a \cdot a = a^2$$

$$U_{\text{Quadrat}} = 4 \cdot a$$

### Der Quader



Die Grundfläche des Quaders ist ein Rechteck mit den Seitenlängen  $l$  und  $b$ .  $h$  ist die Höhe des Quaders.

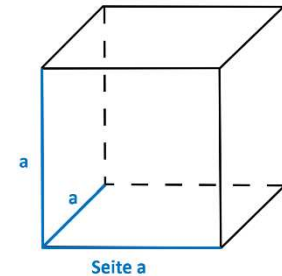
$$O_{\text{Quader}} = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

(O bedeutet Oberflächeninhalt)

### Der Würfel

Der Würfel besteht aus sechs quadratischen Flächen.

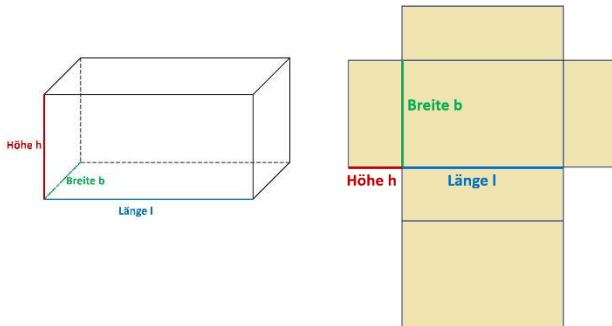
$$O_{\text{Würfel}} = 6 \cdot a^2$$



Beachte für das Schrägbild folgende Regeln:

- Strecken, die in Wirklichkeit parallel sind, sind auch auf dem Schrägbild parallel
- nach hinten verlaufende Strecken werden als schräge Linien im  $45^\circ$  Gradwinkel gezeichnet und verkürzt
- nicht sichtbare Linien werden gestrichelt

### Der Quader



### Der Würfel

