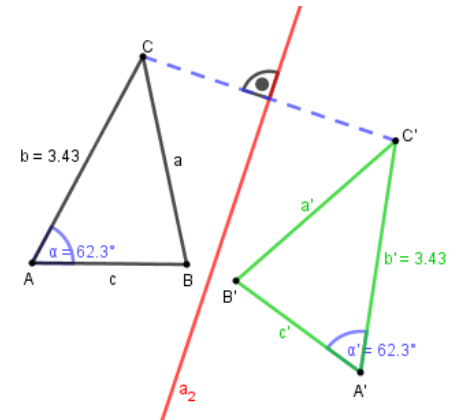
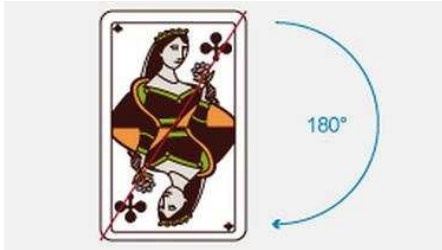


Liegen zwei Punkte P und P' zueinander symmetrisch bezüglich einer **Symmetrieachse a (kurz: Achse a)**, so halbiert die **Achse a** die **Strecke $\overline{PP'}$** senkrecht.

Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren

- die Strecke vom Punkt C zum Bildpunkt C' wird von der Symmetrieachse senkrecht halbiert
- **Längentreue:** symmetrische Strecken sind gleich lang
- **Winkeltreue:** symmetrische Winkel sind gleich groß
- **Umlaufsinn** von Figuren **ändert sich**





Spielkarten bestehen aus zwei Hälften.

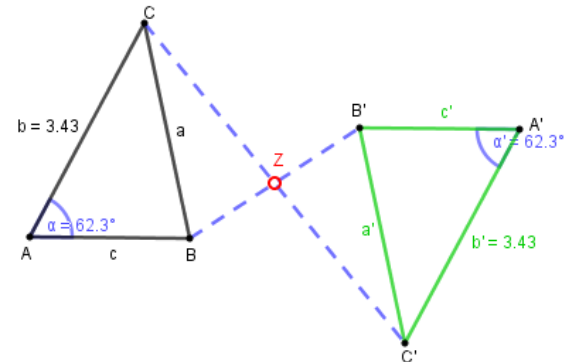
Dreht man eine Hälfte um 180° um einen Drehpunkt

(**Symmetriezentrum Z**) in der Mitte der Karte, deckt sich diese Hälfte exakt mit der anderen Hälfte.

Diese Figuren heißen **punktsymmetrisch**.

Eigenschaften punktsymmetrischer Figuren

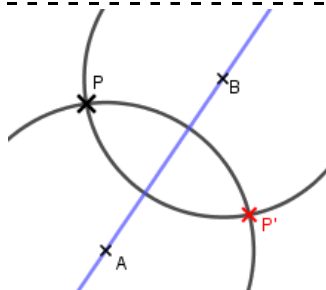
- die Strecke vom Punkt C zum Bildpunkt C' wird vom Symmetriezentrum halbiert
- **Längentreue:** symmetrische Strecken sind gleich lang
- **Winkeltreue:** symmetrische Winkel sind gleich groß
- **Umlaufsinn** von Figuren **ändert sich nicht**



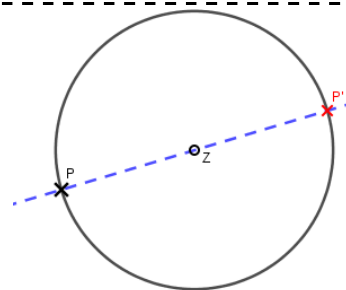
Achsensymmetrie

Punktsymmetrie

Konstruktion des **Bildpunktes P'**



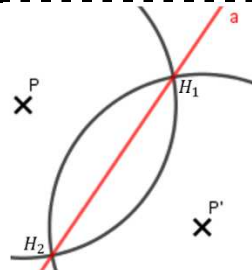
$$\begin{aligned} k_1(A; \overline{AP}) \\ k_2(B; \overline{BP}) \\ k_1 \cap k_2 \Rightarrow P' \end{aligned}$$



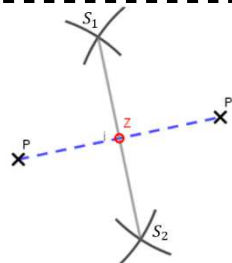
$$\begin{aligned} k(Z; \overline{ZP}) \\ k \cap \overline{PZ} \Rightarrow P' \end{aligned}$$

Konstruktion der **Symmetrieachse a**

Konstruktion des **Symmetriezentrums Z**



$$\begin{aligned} k_1(P; r) \text{ } r \text{ gen\u00fcgend gro\u00df} \\ k_2(P'; r) \text{ } r \text{ gleich gro\u00df} \\ k_1 \cap k_2 \Rightarrow H_1 H_2 = a \end{aligned}$$

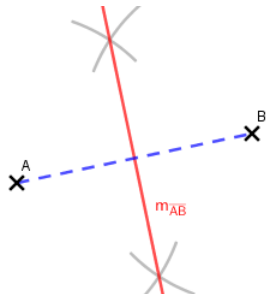


$$\begin{aligned} k_1(P; r) \\ k_2(P'; r) \\ k_1 \cap k_2 = \{S_1; S_2\} \\ \overline{S_1 S_2} \cap \overline{PP'} \Rightarrow Z \end{aligned}$$

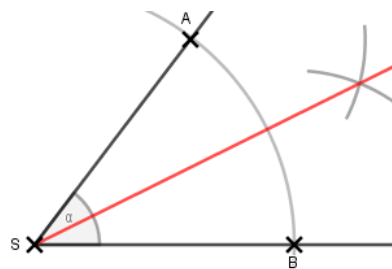
Klasse 7

Grundkonstruktionen

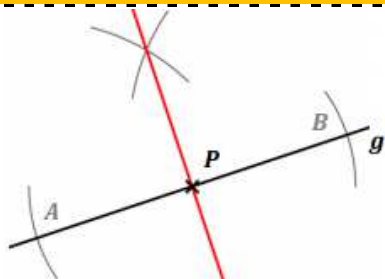
Mittelsenkrechte



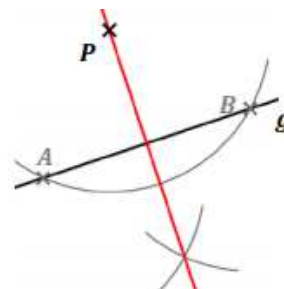
Winkelhalbierende



Lot errichten



Lot fällen



Punktsymmetrische Vierecke:

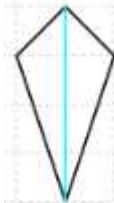
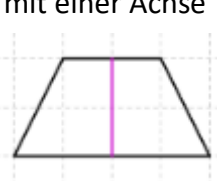
Vierecke, bei denen jeweils gegenüberliegende Seiten zueinander parallel und gleich lang sind.

Quadrat, Rechteck, Raute und Parallelogramm

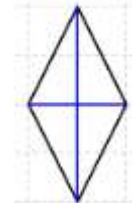
Achsensymmetrische Vierecke:

Trapez, Drachenviereck, Rechteck, Raute und Quadrat

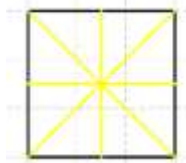
1) mit einer Achse



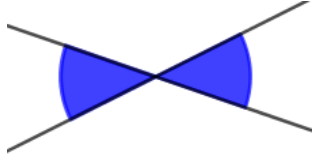
2) mit zwei Achsen



3) mit vier Achsen



Winkel an einer Geradenkreuzung

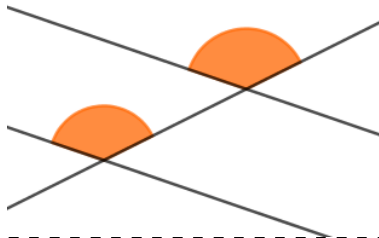


Scheitelwinkel sind gleich groß

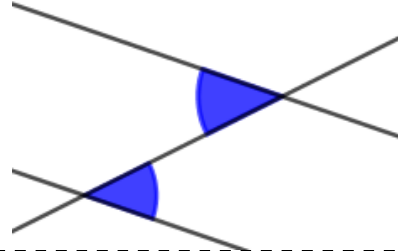


Nebenwinkel ergeben zusammen 180°

Winkel an einer Doppelkreuzung (mit parallelen Geraden)

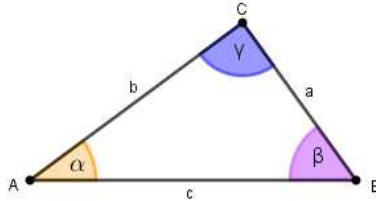


Stufenwinkel sind gleich groß



Wechselwinkel sind gleich groß

Dreieck

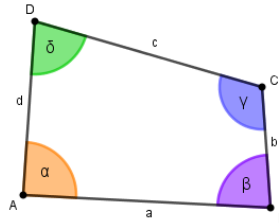


Die Summe der Innenwinkel im Dreieck beträgt 180° .

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Den jeweiligen Außenwinkel erhält man durch Subtraktion vom Vollwinkel: $\alpha' = 360^\circ - \alpha$

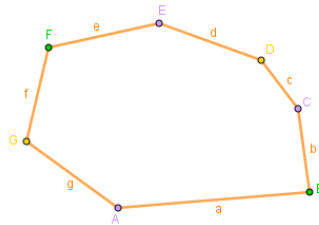
Viereck



Die Summe der Innenwinkel im Viereck beträgt 360° .

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Vieleck



In einem Vieleck mit n Ecken beträgt die Innenwinkelsumme:

$$(n - 2) \cdot 180^\circ$$



Rechenausdrücke, die z.B. aus Zahlen, Rechenzeichen und Variable bestehen, werden **Terme** genannt.

$$2x + 5; 2a + 2b; 4n; x^2$$

Platzhalter, für die du verschiedene Zahlenwerte einsetzen kannst, nennt man **Variablen**.
 $a, b, x, y, n, \dots$

Setzt du in einen Term für die Variablen Zahlen aus der **Definitionsmenge** ein, erhält man den **Termwert**.

$$\begin{aligned} T(x) &= 2x - x^2 \text{ für } x = 0,5 \\ T(0,5) &= 2 \cdot 0,5 - 0,5^2 = 0,75 \\ T(a; b) &= 4ab - (b - a) \text{ für } a = -2; b = 3 \\ T(-2; 3) &= 4 \cdot (-2) \cdot 3 - (3 - (-2)) = -29 \end{aligned}$$



$$T(y) = \frac{2y}{y-3}; \mathbb{D}_T = \mathbb{Q} \setminus \{3\} \quad T(-1) = \frac{2 \cdot (-1)}{-1-3} = \frac{1}{2} \quad T(2) = \frac{2 \cdot 2}{2-3} = -4$$

3 darf nicht für y eingesetzt werden, da sonst der Nenner Null werden würde. 3 ist also nicht in der Definitionsmenge.

Äquivalente Terme: zwei Terme haben beim Einsetzen aller Werte aus einer vorgegebenen Menge jeweils die gleichen Termwerte. Durch Rechengesetze können wir Terme in äquivalente Terme umformen.

$$T(p) = 5p + 3 - 3p = 2p + 3$$

Gleichartige Terme besitzen die gleichen Variablen mit den gleichen Potenzen, die Koeffizienten können sich unterscheiden.

gleichartige Terme: $4x^2z$; $\frac{1}{2}x^2z$; $-x^2z$; $0,25zx^2$ **nicht gleichartig:** $3xz^2$; $-2z^2$; $4xz$

Umformungen von Summen	Gleichartige Terme können zusammengefasst werden.	$4x^2z + \frac{1}{2}x^2z - x^2z = \frac{7}{2}x^2z$
Umformungen von Produkten	Gleiche Faktoren können zu Potenzen zusammengefasst werden.	$2 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot b = 10a^2b$

$$\frac{1}{4} \cdot a \cdot b \cdot a - b^2 - 3,25ba^2 + b \cdot 2 \cdot b = 0,25a^2b - b^2 - 3,25ba^2 + 2b^2 = -3a^2b + b^2$$

Potenz: 2^3
 ↑ Basis ↗ Exponent

Potenzen mit gleicher Basis	Potenzen mit gleichem Exponenten	Potenzen von Potenzen
$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$ $n, m \in \mathbb{N}; x, y \in \mathbb{Q}$	$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$ $n, m \in \mathbb{N}; x, y \in \mathbb{Q}$	$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$ $n, m \in \mathbb{N}; x, y \in \mathbb{Q}$
$x^3 \cdot x^4 = x^{3+4} = x^7$	$(2x)^2 \cdot y^2 = (2xy)^2$	$(x^3)^4 = x^{3 \cdot 4} = x^{12}$

$a^5 \cdot a^3 = a^8$	$4^2 \cdot a^2 \cdot b^2 = (4ab)^2$	$(2a^4)^2 = 4a^8$
$(-a)^2 \cdot (-a)^2 \cdot (-a)^2 = (-a)^6$	$8x^3 \cdot y^3 \cdot z^3 = (2xyz)^3$	$(-a^2)^3 = (-a)^6 = a^6$
$0,4y^4 \cdot 0,5y \cdot y^3 = 0,2y^8$	$(-a)^3 \cdot b^3 = (-ab)^3$	$(x^5)^2 = x^{10}$

Klasse 7

Klammern auflösen



Klammerregeln

Plusklammer kannst du weglassen und die Zeichen in der Klammer bleiben gleich

Minusklammer kannst du weglassen, du musst dann aber die Zeichen in der Klammer umkehren

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$3ab + (6ab - b^2) = 9ab - b^2$$

$$5y^2 - (12x - y^2 + 5x) = 6y^2 - 17x$$



Distributivgesetz

**Ausmultiplizieren:
Produkt -> Summe**

$$a \cdot (x + y) = ax + ay$$



**Ausklammern (Faktorisieren):
Summe -> Produkt**

$$\begin{aligned} 9x + 12y &= 3 \cdot 3x + 3 \cdot 4y \\ &= 3(3x + 4y) \end{aligned}$$

$$(-2x) \cdot (-x + 3x^2 - 1) = 2x^2 - 6x^3 + 2x$$

$$12x - 4x^2 = 4x \cdot 3 - 4x \cdot x = 4x \cdot (3 - x)$$

Zwei Summen werden miteinander **multipliziert**, indem man **jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe multipliziert** und die Produkte **addiert**.



$$(a + d) \cdot (b + c) = ab + ac + bd + cd$$

bd	cd	d
ab	ac	a
b	c	

$$(x + 5) \cdot (x + 2) = x \cdot x + x \cdot 2 + 5 \cdot x + 5 \cdot 2 = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$$

$$(a - 3) \cdot (a - 2) = a \cdot a + a \cdot (-2) + (-3) \cdot a + (-3) \cdot (-2) = a^2 - 2a - 3a + 6 = a^2 - 5a + 6$$

$$(2x - 4)^2 = (2x - 4) \cdot (2x - 4) = 4x^2 - 16x + 16$$

1. Binomische Formel

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + 2)^2 = a^2 + 4a + 4$$

$$\begin{aligned} (2x + 3y)^2 &= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 \\ &= 4x^2 + 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$(a^2 + b)^2 = a^4 + 2a^2b + b^2$$

2. Binomische Formel

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\begin{aligned} (3x - 4)^2 &= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 4 + 4^2 \\ &= 9x^2 - 24x + 16 \end{aligned}$$

$$(2 - n^2)^2 = 4 - 4n^2 + n^4$$

3. Binomische Formel

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(x - 2) \cdot (x + 2) = x^2 - 4$$

$$\begin{aligned} (4u - 5v) \cdot (4u + 5v) &= 16u^2 - 25v^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (0,5 + z) \cdot (0,5 - z) &= 0,25 - z^2 \end{aligned}$$



Zwei Terme, die mit einem **Gleichheitszeichen** verbunden sind, bilden eine **Gleichung**:

$$2x - 4 = 4; \quad 2a^2 = a - 3; \quad x + y = 7$$

Setzt man für die Variablen Zahlen aus der **Grundmenge** $\mathbb{G}$ ein und es folgt eine wahre Aussage, gehören diese Zahlen zur **Lösungsmenge** $\mathbb{L}$.

Grundmenge $\mathbb{G}$: gibt an, welche Zahlen anstelle der Variablen eingesetzt werden dürfen.

Lösungsmenge $\mathbb{L}$: enthält alle Zahlen, die beim Einsetzen in die Gleichung eine wahre Aussage ergeben.

$$s \cdot (s + 4) = 45; \quad \mathbb{G} = \mathbb{Q}$$

$$s = 5 \Rightarrow \mathbb{L} = \{5\}$$

denn $5 \cdot (5 + 4) = 45$ wahre Aussage

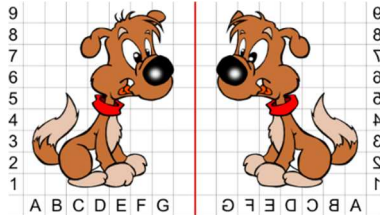
$$3 - x = -4,5; \quad \mathbb{G} = \mathbb{N}$$

$$x = 7,5 \Rightarrow \mathbb{L} = \{ \}$$

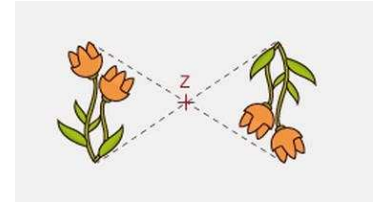
denn $7,5 \notin \mathbb{N}$, d.h. leere Menge

Eine Gleichung kann mithilfe von **Äquivalenzumformungen**, indem man geschickt nach der Variablen auflöst, gelöst werden. Die Lösungsmenge ändert sich dabei nicht.

4 Schritte	Lösen linearer Gleichungen	Äquivalenzumformung
Termumformung Beide Seiten vereinfachen	$9x - (2x - 5) = 3 \cdot (x + 1) + x - 13$	• Klammern auflösen /ausmultiplizieren • Gleichartige Terme zusammenfassen
Trennen x -Terme auf die eine Seite, Terme ohne x auf die andere Seite bringen	$7x + 5 = 4x - 10 \quad /-4x$	Addieren oder Subtrahieren des gleichen Terms oder der gleichen Zahl auf beiden Seiten
x isolieren Koeffizient „wegbringen“	$3x = -15 \quad /:3$	Multiplizieren oder Dividieren mit der gleichen Zahl ($\neq 0$) auf beiden Seiten
Lösung	$x = -5$	Lösungsmenge angeben, falls verlangt (evtl. Grundmenge beachten)



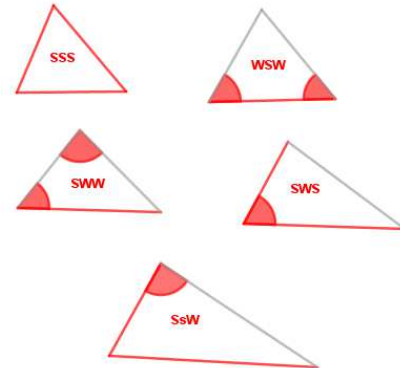
Deckungsgleiche Figuren A und B nennt man
zueinander kongruent: $A \cong B$



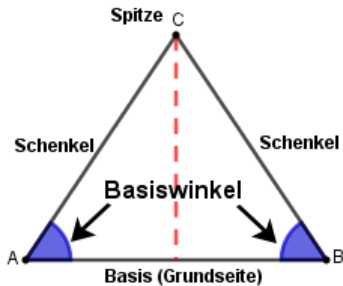
Kongruenzsätze für Dreiecke

Zwei Dreiecke sind kongruent zueinander, wenn sie

- in drei Seiten übereinstimmen (**SSS**),
- in einer Seite und zwei gleichliegende Winkel übereinstimmen (**WSW** oder **SWW**),
- in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen (**SWS**),
- in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der längeren Seite übereinstimmen (**SsW**).

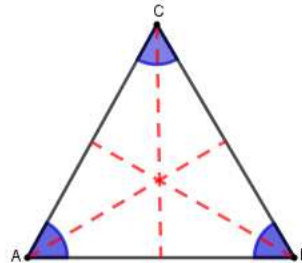


Gleichschenkliges Dreieck



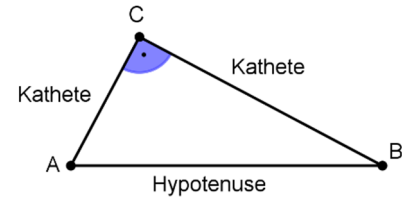
- zwei gleich lange Seiten
- achsensymmetrisch
- Basiswinkel sind gleich groß

Gleichseitiges Dreieck



- drei gleich lange Seiten
- drei Symmetrieachsen
- drei 60° - Winkel

Rechtwinkliges Dreieck



- rechter Winkel
- gegenüber des rechten Winkels liegt die Hypotenuse

Satz: Wenn in einem Dreieck ABC der Punkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$ liegt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.

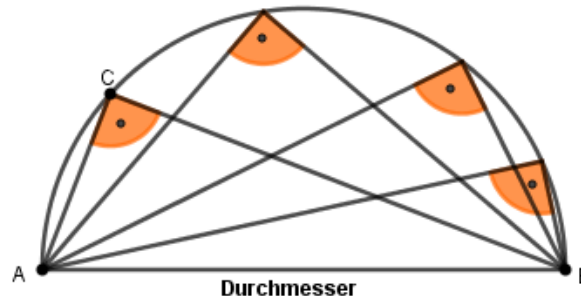
Kehrsatz: Wenn ein Dreieck bei C einen rechten Winkel hat, dann liegt der Punkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$.

Mathematische Sätze kann man auf die Form „Wenn ... , dann ... „ bringen.

*Der Wenn – Teil heißt **Voraussetzung**, der Dann – Teil **Behauptung**.*

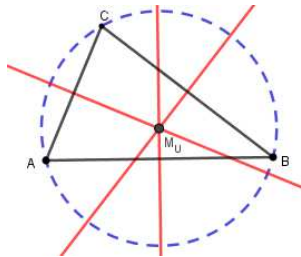
*Vertauscht man Voraussetzung und Behauptung eines Satzes, so erhält man den **Kehrsatz**.*

„genau dann ... , wenn ...“ bedeutet, dass sowohl Satz als auch Kehrsatz wahr sind.



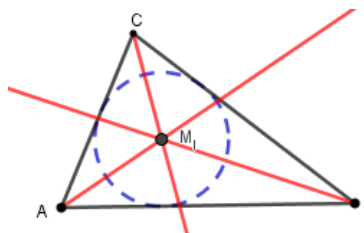
Mittelsenkrechten

In jedem Dreieck schneiden sich die **Mittelsenkrechten** der drei Dreiecksseiten in einem Punkt. Der Punkt hat von den drei Eckpunkten jeweils den **gleichen Abstand**, er ist somit der Mittelpunkt eines Kreises auf dem die Eckpunkte des Dreiecks liegen – er heißt **Umkreis** des Dreiecks.



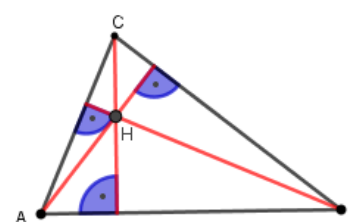
Winkelhalbierende

In jedem Dreieck schneiden sich die **Winkelhalbierenden** der drei Innenwinkel in einem Punkt. Der Punkt hat von den drei Seiten jeweils den **gleichen Abstand**, er ist somit der Mittelpunkt des Kreises, der alle drei Seiten berührt – er heißt **Inkreis** des Dreiecks.



Höhen

In jedem Dreieck schneiden sich die **drei Höhen** in einem Punkt – **Höhenschnittpunkt**.



Median

Der **Median** zerlegt einen geordneten Datensatz in zwei gleich große Blöcke.

ungerade Anzahl von Daten – Wert in der Mitte

gerade Anzahl von Daten – arithmetische Mittel der beiden in der Mitte liegenden Daten

Median 2,4

0,6	1,2	1,8	2,4	3,3	3,4	3,7
1	2	3	4	5	6	7

Median 2,1

0,6	1,2	1,8	2,4	3,3	3,4
1	2	3	4	5	6

Spannweite und Quartil

Die **Spannweite** eines Datensatzes ist die Differenz aus größtem und kleinstem Wert.

untere Quartil ist der Median vom unteren Block

obere Quartil vom oberen Block

Spannweite: $3,4 - 0,6 = 2,8$

unteres Quartil 1,2

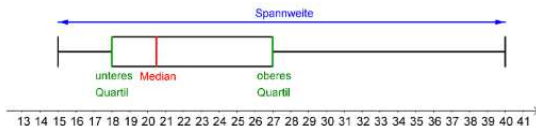
oberes Quartil 3,3

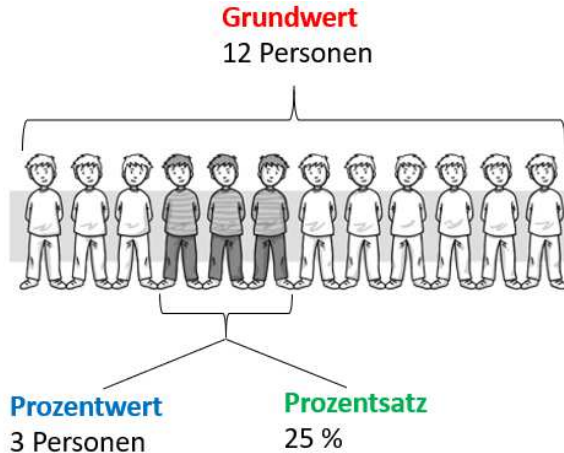
0,6	1,2	1,8	2,4	3,3	3,4
1	2	3	4	5	6
unterer Block			oberer Block		

Boxplot

Boxplot besteht aus einem **Rechteck** und **zwei Antennen**.

Unteres und oberes Quartil begrenzen das Rechteck.





Prozentwert PW: absolute Häufigkeit

Grundwert GW: „das Ganze“

Prozentsatz PS: relative Häufigkeit (Anteil)

Der Zusammenhang wird in der Grundgleichung der Prozentrechnung beschrieben:

$$\text{Prozentsatz} \cdot \text{Grundwert} = \text{Prozentwert}$$



$$\text{Prozentsatz} \cdot \text{Grundwert} = \text{Prozentwert}$$

Prozentsatz gesucht

9600 von 24000 Plätzen eines Stadions sind überdacht. Berechne den Anteil der überdachten Plätze.

Geg.: **PW** = 9600

GW = 24000

Ges.: **PS**

Lsg.: **PS** = **PW** : **GW**

$$\begin{aligned} \text{PS} &= 9600 : 24000 \\ &= 0,4 = 40\% \end{aligned}$$

A: Es sind 40 % der Plätze überdacht.

Grundwert gesucht

Der Konzerteintritt wurde im Vorverkauf mit 36 € **um 20 %** des ursprünglichen Preises an der Abendkasse reduziert.

Geg.: **PW** = 36 €

$$\text{PS} = 100\% - 20\% = 80\%$$

Ges.: **GW**

Lsg.: **GW** = **PW** : **PS**

$$\begin{aligned} \text{GW} &= 36 \text{ €} : 80\% \\ &= 36 \text{ €} : 0,8 = 45 \text{ €} \end{aligned}$$

A: An der Abendkasse kostet eine Karte 45 €

Prozentwert gesucht

Luft besteht zu 21 % aus Sauerstoff. Berechne, wie viel Liter Sauerstoff sich in einem Gefäß mit einem Volumen von 140 dm^3 befindet.

Geg.: **PS** = 21 %

$$\text{GW} = 140 \text{ dm}^3 = 140 \text{ l}$$

Ges.: **PW**

Lsg.: **PW** = **PS** · **GW**

$$\begin{aligned} \text{PW} &= 0,21 \cdot 140 \text{ l} \\ &= 29,4 \text{ l} \end{aligned}$$

A: In dem Gefäß sind 29,4 l Sauerstoff.